Repaso previo

Potenciación

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$
- $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$
- $(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$
- $(-a)^n = a^n \quad \forall n = par$

Radicales

- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Racionalizar:

- o $\dfrac{a}{\sqrt{b}} = \dfrac{a}{\sqrt{b}} \cdot \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \dfrac{a \cdot \sqrt{b}}{b}$
- o $\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} \cdot \dfrac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{n-m}}} = \dfrac{\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$
- o $\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{c \cdot \sqrt{a} - c \cdot \sqrt{b}}{a-b}$

Polinomios

Teorema del Resto:

- $P(a) = 0 \Rightarrow x = a$ es raíz de $P(x) \Rightarrow (x - a)$ es un factor de $P(x)$
- $P(a) = k \Rightarrow$ el resto de $\dfrac{P(x)}{x-a}$ es k

Descomposición factorial:

- Sacar factor común
- Si el grado de P(x) es igual a dos: aplicar fórmula general o productos notables
- Si el grado de P(x) es mayor que dos: usar Ruffini (Teorema del resto)

Fracciones algebraicas

Sean P, D y M polinomios:

- $\dfrac{P_1}{D_1} + \dfrac{P_2}{D_2} = \dfrac{\frac{M}{D_1}P_1 + \frac{M}{D_2}P_2}{M}$ donde $M = mcm(D_1, D_2)$
- $\dfrac{P_1}{D_1} \cdot \dfrac{P_2}{D_2} = \dfrac{P_1 \cdot P_2}{D_1 \cdot D_2}$
- $\dfrac{P_1}{D_1} : \dfrac{P_2}{D_2} = \dfrac{P_1 \cdot D_2}{D_1 \cdot P_2}$
- $\left(\dfrac{P}{D}\right)^{-1} = \dfrac{D}{P}$

Ecuaciones

- **Segundo grado**: Sea $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- **Bicuadradas:** $ax^4 + bx^2 + c = 0$ se transforma en $ay^2 + by + c = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y} \quad \forall y > 0$
- **Racionales:** Sumar fracciones en ambos miembros y suprimir el denominador.
- **Irracionales**: Dejamos en el primer miembro uno de los radicales, elevamos todo al cuadrado, operamos y simplificamos. Si existen más raíces repetimos el proceso.

Inecuaciones

- **Primer grado**: Despejamos la incógnita, teniendo en cuenta que al multiplicar o dividir por un número negativo el sentido de la desigualdad varía.
- **Polinómicas:** Hallamos las raíces del polinomio y evaluamos el signo entre esos puntos, escogiendo los intervalos que verifican la condición.
- **Fracciones:** Hallamos las raíces del numerador y denominador, evaluamos el signo entre esos puntos, escogiendo los intervalos que verifican la condición y no anulen al denominador.

Sistemas de ecuaciones

2 ecuaciones, 2 incógnitas

Solución algebraica:

- **Igualación**: Despejamos la misma incógnita e igualamos las ecuaciones.
- **Sustitución:** Despejamos una incógnita en una ecuación y la sustituimos en la otra.
- **Reducción**: Operamos hasta que el coeficiente de alguna incógnita se encuentre en ambas ecuaciones con signo contrario y sumamos las ecuaciones entre sí.

Solución gráfica:

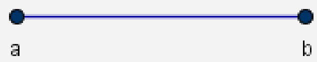
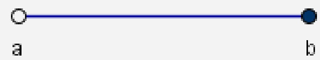
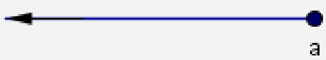
- Se representan en el mismo plano las dos ecuaciones (rectas).
- Si se cortan (secantes) $\Rightarrow$ solución única: el punto de corte.
- Si no se cortan (paralelas) $\Rightarrow$ No existe solución.
- Si son la misma recta (coincidentes) $\Rightarrow$ Existen infinitas soluciones.

3 ecuaciones, 3 incógnitas

Método de Gauss

- **Objetivo**: Transformar un sistema de ecuaciones en otro equivalente donde cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. Así se pueden resolver las incógnitas de forma regresiva.
- **Procedimiento**: Operar hasta llegar al objetivo empleando estas técnicas:
  - Cambiar el orden de las ecuaciones (permutar).
  - Multiplicar ambos miembros de una ecuación por un número real diferente de cero.
  - Sumar o restar ecuaciones.

Intervalos

Intervalo abierto	(a,b)	Números comprendidos entre *a* y *b* $\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Intervalo cerrado	$[a,b]$	Números comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo extremos $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Intervalo semiabierto	$[a,b)$	Números comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo sólo *a* $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
	$(a,b]$	Números comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo sólo *b* $\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
Intervalo infinito o semirrectas	$(-\infty,a)$	Números menores que *a* $\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	
	$(-\infty,a]$	Números menores o iguales que *a* $\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	
	$(a,+\infty)$	Números mayores que *a* $\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
	$[a,+\infty)$	Números mayores o iguales que *a* $\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$