Concepto de derivada

Tasa de variación	$t_v, TV\left[a,b\right]$ $t_v = \Delta y = f(b) - f(a)$
Tasa de variación media	$t_m, TVM\left[x, x+h\right]$ definida por $t_m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ Para un intervalo $\left[a,b\right] \rightarrow t_m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$
Derivada de una función	$f'(x) = f'(x) = \lim_{h\to 0} t_m = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
Derivada de una función en un punto	$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Derivada de funciones comunes

Constante	$f(x) = k \rightarrow f'(x) = 0$	
Función x	$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$	
Función x^n	$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$	
Producto de una constante por una función	$f(x) = k \cdot u \rightarrow f'(x) = k \cdot u'$	
Suma de funciones	$f(x) = u + v \rightarrow f'(x) = u' + v'$	
Producto de funciones	$f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$	
Cociente de funciones	$f(x) = \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	
Regla de la Cadena	$f(x) = g\left(u(x)\right) \rightarrow f'(x) = g'\left(u\right) \cdot u'(x)$	
Función elevada a una constante	$f(x) = u^n \rightarrow f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	
Constante elevada a una función	$f(x) = e^u \rightarrow f'(x) = e^u \cdot u'$ $f(x) = a^u \rightarrow f'(x) = a^u \cdot \ln a \cdot u'$	
funciones logarítmicas	$f(x) = \ln u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u' = \frac{u'}{u}$ $f(x) = \log_a u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{\ln a} u' = \frac{u'}{u \ln a}$	
funciones trigonométricas	$f(x) = \text{sen } u \rightarrow f'(x) = \cos u \cdot u'$ $f(x) = \cos u \rightarrow f'(x) = -\text{sen } u \cdot u'$ $f(x) = \tan u \rightarrow f'(x) = \sec^2 u \cdot u'$	$f(x) = \cot u \rightarrow f'(x) = -\csc^2 u \cdot u'$ $f(x) = \sec u \rightarrow f'(x) = \sec u \tan u \cdot u'$ $f(x) = \csc u \rightarrow f'(x) = -\csc u \cot u \cdot u'$

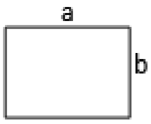
Representación gráfica

Dominio	Polinómicas: $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$, $a_n\neq 0$, $D(f)=\mathbb{R}$ Racionales: $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, $D(f)=\mathbb{R}-\{x_1,x_2,...\}$ donde x_i son raíces de $Q(x)=0$ Irracionales: $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ • n = impar $\longrightarrow$ $D(f)=\mathbb{R}$ • n = par $\longrightarrow$ $D(f)=$ solución de $g(x)\geq 0$
Simetría	Par: $f(-x)=f(x)$ $\longrightarrow$ Simétrica respecto al eje y Impar: $f(-x)=-f(x)$ $\longrightarrow$ Simétrica respecto al origen
Corte con los ejes	Eje x: $(x_1,0),(x_2,0),...$ donde x_1, x_2, … son las raíces de la ecuación $f(x)=0$ Eje y: $(0,\ f(0))$
Asíntotas	Asíntotas horizontales: Calcular $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=k$ $\longrightarrow$ $y=k$ es una asíntota horizontal Asíntotas verticales: Sean x_i valores que $\notin D(x)$, calcular: $\lim\limits_{x\to+x_i} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-x_i} f(x)$ Asíntotas oblicuas: $y=mx+n$, donde $m=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$ y $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-mx)$ Existen asíntotas oblicuas en los cocientes de polinomio cuyo grado del numerador sea mayor en una unidad que el grado del denominador
Monotonía	1. Calcular los números críticos, que se obtienen de: • Las raíces de $f'(x)=0$ (puntos máximos o mínimos) • Los números que no pertenecen al dominio 2. Calcular el signo de $f'(x)$ para los valores comprendidos entre cada número crítico. • Si es positivo: la función crece en ese intervalo • Si es negativo: la función decrece en ese intervalo 3. Definir qué puntos obtenidos de $f'(x)=0$ son máximos y cuáles son mínimos. Existen 2 métodos: 3.1. Comprobar el crecimiento de la función antes y después de ese punto (calculado en 2.) 3.2. Calcular $f''(a)$. • Si $f''(a)>0$: a es un mínimo • Si $f''(a)<0$: a es un máximo
Curvatura	1. Calcular lo puntos de inflexión, que son las raíces de $f''(x)=0$ 2. Calcular los números que no pertenecen al dominio de la función 3. Calcular el signo de $f''(x)$ para los valores comprendidos entre los puntos hallados en 1 y 2. • Si es positivo: la función es cóncava hacia arriba en ese intervalo • Si es negativo: la función es cóncava hacia abajo en ese intervalo • Si hay un cambio de signo: es un punto de inflexión

Figuras geométricas

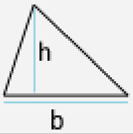
P: Perímetro **S:** Superficie **A_B:** Área de la base
A: Área **V:** Volumen **P_B:** Perímetro de la base

Rectángulo



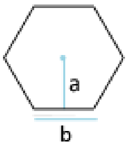
$$P = 2\cdot(a+b)$$
$$A = a\cdot b$$

Aplicación



$$P = lado1 + lado2 + lado3$$
$$A = \frac{b\cdot h}{2}$$

Polígono regular

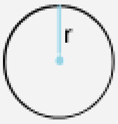


$P = b\cdot n$ n: número de lados

$A = \dfrac{P\cdot a}{2}$ a: apotema

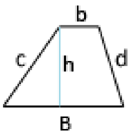
Un polígono regular es aquel que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales

Círculo



$$P = 2\cdot\pi\cdot r$$
$$A = \pi\cdot r^2$$

Trapecio

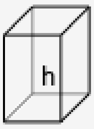


$$P = b + B + c + d$$
$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

Si *c* y *d* también son paralelos. entonces *c*=*d* y *b*=*B* $\Rightarrow A = b\cdot h$

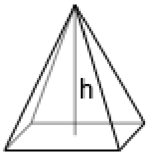
Prisma



$$S = 2\cdot A_B + P_B\cdot h$$
$$V = A_B\cdot h$$

Un prisma es una figura formada por dos polígonos (bases) paralelos e idénticos y por tantos rectángulos como lados tenga cada base.

Pirámide



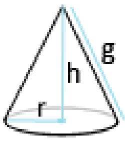
$$V = \frac{A_B\cdot h}{3}$$

Una pirámide es una figura formada por un polígono (base) y por tantos triángulos como lados tenga. Todos ellos se unen en un vértice, que se encuentra a una altura h de la base.

Cilindro recto

$$S = 2\cdot A_B + P_B\cdot h = 2\cdot\pi\cdot r^2 + 2\cdot\pi\cdot r\cdot h$$
$$V = A_B\cdot h = \pi\cdot r^2\cdot h$$

Cono recto



$$S = A_B + \pi\cdot r\cdot g = \pi\cdot r^2 + \pi\cdot r\cdot\sqrt{h^2 + r^2}$$
$$V = \frac{A_B\cdot h}{3} = \frac{\pi\cdot r^2\cdot h}{3}$$

Esfera

$$S = 4\cdot\pi\cdot r^2$$
$$V = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$